

séance du lundi 6 avril 1999

L'AVENIR DES NOMBRES

Jacques-Louis LIONS

Mes chères Consœurs, mes chers Confrères,

En décembre 1985, alors que je présidais le CNES (Centre national d'études spatiales), vous m'aviez interrogé sur l'Initiative de défense stratégique. A l'avenir, « les logiciels seront pris en compte dans les traités » avais-je prédit, en réponse à l'une de vos questions. Tel n'est pas encore le cas... J'ai des circonstances atténuantes. Déjà en 1969, Arthur Clarke se lamente : « Le Futur n'est plus ce qu'il était. » A quoi l'écho répond, telle est rapide l'évolution. « Le Passé n'est plus ce qu'il était... » Passé qui, dans le domaine des nombres, n'a pas manqué d'ambitions ! Qu'on en juge.

A la fin du VIII^e siècle, Jabir ibn Hayyan dirige une œuvre encyclopédique arabe, le « Corpus de Jabir ». Son objectif : réduire toutes les données de la connaissance humaine à un système de quantités et de mesures. Tout y entre. « L'intelligence, l'âme du monde, la nature, la forme, les sphères, les astres, les quatre qualités naturelles, l'animal, le végétal, le minéral et enfin la balance des lettres qui est la plus parfaite de toutes. » [Jabir ibn Hayyan, *Contribution à l'histoire des idées scientifiques dans l'Islam* (P. Kraus, Les Belles Lettres, 1986)] C'est la théorie de la Balance.

La société digitale dans laquelle, selon tous les médias, nous entrons, va-t-elle réaliser le rêve - ou le cauchemar - que la théorie de la Balance exprime ?

Pour évaluer la situation, devant cet espoir ou ce risque, il convient d'abord - et cela sera l'objet de la première partie de mon intervention - de savoir comment l'on effectue des calculs d'une immense complexité.

Mais que représentent ces énormes ensembles de nombres ? Peut-on « calculer sur des idées » ? J'examinerai brièvement cela dans la deuxième partie, qui conduit à l'interrogation naturelle : où cela mène-t-il ? Quelles perspectives ? Quel est « l'avenir des nombres » ? Ce sera l'objet de la dernière partie de mon exposé.

Comment calcule-t-on ?

Les Mayas calculaient en base 20. Si on les avait suivis, on ne parlerait pas du bogue de l'an 2000...

Dès 1623, Bacon donne une description complète du code binaire (il y fait déjà allusion dès 1605) pour le chiffage dans la transmission de l'information. Il écrit : « Par cet art (de l'écriture binaire), une voie est ouverte qui permet à l'homme de transmettre et d'exprimer sa pensée à distance au moyen d'objets perçus par la vue ou par l'ouïe, pourvu que ces objets ne présentent que deux états différents. » Leibniz voit l'intérêt du calcul en base 2, mais son usage n'interviendra que plus tard, dans les métiers à tisser ou les pianos

mécaniques, où apparaissent pour la première fois les cartes perforées. Jacquard imagine, en 1801, un système permettant de faire arriver, pour un ensemble de cartes perforées, celle qui convient en temps et lieu voulus.

Le Britannique Charles Babbage, entre 1820 et 1850, va tenter une première synthèse entre les idées de Jacquard (de la logique mise en cartes perforées !) et les machines à calculer de Blaise Pascal et de Leibniz. Mais ces machines sont de manipulation mécanique, lente, lourde et compliquée.

Tout va changer avec l'arrivée en 1948 des transistors. Sortes d'interrupteurs commandés électriquement, ils permettent la réalisation d'opérations logiques basées sur des algèbres de fonctions, introduites par Boole au milieu du XIX^e siècle, ne prenant que deux valeurs - le courant passe ou ne passe pas -, la base 2.

C'est le démarrage foudroyant de l'informatique, dont John von Neumann, entre 1944 et 1954, établit la logique générale et dessine les premières applications orientées vers les calculs pour la météorologie et pour Los Alamos. Avec la machine de Blaise Pascal, un calculateur habile pouvait probablement effectuer une dizaine d'opérations élémentaires par seconde. Quelques centaines d'opérations élémentaires par seconde vers 1945, le million vers la fin des années 50, maintenant le teraflop : mille milliards d'opérations élémentaires par seconde...

C'est que chaque élément du système de calcul est rapide, miniaturisé, et il consomme peu d'énergie. C'est aussi que l'on utilise le calcul en parallèle.

Tout bon cocher vous le dira: dans un attelage, mieux vaut disposer d'un solide cheval que de 100 000 poulets. Mais que ces poulets aient de bonnes cuisses, une intelligence locale convenable et que des dispositions de communications rapides entre eux soient organisées, et la situation change. Mesdames et Messieurs, je viens de vous expliquer, avec une grande rigueur, le fonctionnement des ordinateurs parallèles. Voilà donc comment - même sans faire appel à des outils issus de la biologie - on peut envisager le petaflop: mille teraflop, 10^{15} opérations élémentaires par seconde...

Que calcule-t-on ? Peut-on « calculer sur les idées » ?

Le calcul relève d'abord de la tradition des ingénieurs. Il leur faut fabriquer des objets « qui tiennent » !

Dès le X^e siècle, Al Farabi, dans son traité sur le recensement des sciences, définit l'ingénierie comme la méthode qui permet de concevoir des objets et d'ajuster les corps naturels qui les composent conformément à un *calcul*.

Deuxième tradition pour le calcul : la comptabilité et la gestion. Blaise Pascal a cherché dans la Pascaline « un secours... prompt et... facile », pour le « soulager dans les grands calculs » où il a été occupé pour aider son père, délégué du roi pour l'impôt et la levée des tailles.

Leibniz et Babbage visent particulièrement les calculs pour l'astronomie. Et d'Alembert regrette de n'avoir pas les moyens de conduire les calculs alors « inextricables » qui seraient nécessaires pour aller plus loin dans l'étude des vents atmosphériques.

Vauban conçoit une méthode de calculs pour évaluer la capacité défensive d'une place. Bien entendu, c'est une affaire délicate du point de vue conceptuel. Comment quantifie-t-on « la capacité défensive » ?

On aborde ici une question fondamentale, de manière encore vague et ambiguë: comment « calculer sur les idées » ?

Cette possibilité semble être évoquée pour la première fois par Lady Ada Lovelace, fille unique de Lord Byron, collaboratrice flamboyante de Charles Babbage. Elle écrit en 1843 : « Bien des personnes... pensent que, puisque la machine doit produire des nombres, la nature de ses processus doit être arithmétique et numérique plutôt qu'algébrique et analytique... La machine analytique (que Babbage est en train de construire, d'ailleurs avec des fortunes diverses) tisse les structures algébriques de la façon dont le métier de Jacquard tisse les fleurs et les feuilles » (Babbage avait disposé dans son bureau son propre portrait tissé sur métier Jacquard ...).

Mais, pour arriver à cela, il faut des notations qui permettent de s'y reconnaître dans la masse des « informations » mises dans la mémoire de la machine - maintenant dans la mémoire universelle des bases de données mondiales accessibles par Internet!

Déjà Leibniz rêvait dans son *Discours touchant la méthode de la certitude et l'art d'inventer pour finir les disputes et pour faire en peu de temps de grands progrès (!)* : « Je suis obligé quelquefois de comparer nos connaissances à une grande boutique... sans ordre et sans inventaire... Il y a une infinité de belles pensées et observations utiles qui se trouvent dans les auteurs, mais il y en a encore bien plus qui se trouvent dispersées parmi les hommes dans la pratique de chaque profession. Et si... le plus essentiel de tout cela se voyait recueilli et rangé par ordre avec plusieurs indices... nous admirerions peut-être nous-mêmes nos richesses... Il faudrait des répertoires universels tant alphabétiques que systématiques... » Plus loin Leibniz évoque, dans ce cadre, la médecine, le droit, les manufactures, le commerce...

Babbage fait un pas, modeste, mais concret, dans cette direction, en introduisant la notation mécanique pour s'y retrouver dans les pièces nécessaires à la construction de sa machine, alors qu'il rédige un traité sur les manufactures (il a d'ailleurs été élu membre étranger de votre compagnie !).

Toutes ces notions se cristallisent, dans la deuxième moitié des années 1940, dans l'hypertexte. Technique qui permet, à partir d'un mot, d'accéder aux autres occurrences de ce mot dans le texte. On peut alors construire, à partir d'un texte quelconque, les liens d'un mot avec ses autres occurrences, d'un mot par ses synonymes, etc. A l'infini. Car ces liens ne sont pas limités à un seul texte, ni à une seule machine. Par le réseau de télécommunication, on peut avoir accès (gratuitement ou non - ceci est une autre histoire, qui ne fait que commencer ...) à toutes les bases de données du monde, à tous les textes du monde (s'ils sont informatisés). C'est le Web, la toile où l'on a besoin de l'aide des navigateurs et des agents, logiciels qui cherchent, pour leurs employeurs, les liens entre les liens !

Quelles sont les perspectives ? Quel est « l'avenir des nombres » entendu dans le sens des remarques qui précèdent ?

Il paraît qu'on peut lire sur une affiche d'un vendeur de voitures du Massachusetts: « L'erreur est humaine. En blâmer l'ordinateur l'est encore davantage. »

On peut même l'en blâmer par anticipation. Tel le bogue de l'an 2000. Je suis persuadé que, bogue ou pas, informatique ou pas, Marie Dupont, âgée de 105 ans en 2004, recevra à son domicile une lettre, adressée à ses parents, leur indiquant que Marie devrait entrer à l'École maternelle...

Autre critique: le World Wide Web serait, selon par exemple Umberto Eco, un immense Funes - le Funes de Borgès dont la mémoire infinie paralyse toute action. « Jusqu'à présent la société avait filtré pour nous (données et informations) à travers les manuels et les encyclopédies », écrit-il. Ces filtres auraient disparu. Mais qui parle de supprimer les manuels et encyclopédies « papier » ? Notons aussi que beaucoup d'entre eux ont déjà leur contenu sur Internet, où l'actualisation des documents est chose aisée, ce qui est évidemment un très gros avantage !

Certes, il y a « tout » sur Internet, mais ce sont des données souvent sans structure, donc de possibles sources de confusion. « Les données sans généralisation sont simple bavardage », dit-on. Mais n'est ce pas aussi le cas ailleurs, même après « filtrage » ?

Il y a une dizaine d'années, j'avais vu, en Suisse, une publicité -. « Ne réfléchissez plus, consultez le Minitel. » Mais les informations sociologiques dont on dispose montrent que, tout au contraire, Internet et le Web encouragent plutôt à la réflexion ! Des outils puissants d'aide à la découverte dans les bases de données commencent à être disponibles, fruits de recherches dans le thème, fondamental, du data *mining* - expression traduite sans élégance par « fouille de données ». J'aurais préféré « exploration des données ». On cite l'exemple du scorbut, dont le remède, alors qu'il n'était pas encore connu, était « transparent » dans les données disponibles, data *mining* rétrospectif. (*J. G. Ganascia, Dictionnaire de l'informatique et des sciences de l'information*, Flammarion, 1998.)

La génomique offre un exemple actuel. Une masse énorme et croissante de données de séquences et un inventaire considérable de protéines sont disponibles. Il faut en extraire la signification physiologique, pour la connaissance et pour les applications. Impossible sans le secours de l'informatique qui se trouve d'ailleurs ainsi confrontée à des problèmes nouveaux - illustration supplémentaire de ces aller-retour permanents entre la Science, la Technologie et l'Industrie. L'avènement du Génie génétique apporte ainsi à l'homme le pouvoir - à utiliser avec discernement! - d'agir sur les gènes, commandes du fonctionnement du vivant.

Tout aussi impossible sans le secours des modèles, des calculs, des communications, des systèmes informatiques, seraient la prévision météorologique et les simulations climatologiques, essentielles pour les études sur la transition vers le développement durable.

Également essentiel est le « secours » de l'informatique pour l'éducation des handicapés, pour la formation continue, pour les activités intellectuelles ou ludiques de groupes spontanément organisés, pour le commerce électronique, etc.

Des millions d'intelligences humaines participent au Web (toile). Des dizaines de milliers d'entre elles contribuent à des développements collectifs d'outils, demain disponibles pour tous, si les efforts adéquats sont consentis vers les minorités de toutes sortes - efforts considérables, sauf à encore accroître, et non atténuer, les inégalités. Une encyclopédie universelle, évolutive, adaptative, interactive, toujours et partout accessible est en cours de construction. Grâce aux nombres, le virtuel devient une vision avancée du réel, permettant d'explorer les combinaisons de l'avenir. Avantage décisif pour la Science, l'Industrie et l'Économie.

Leibniz a rêvé de ce projet. Nous le réalisons. Veillons à son accessibilité équitable.